

Schwankungen von Entladungsparametern bei Vorstromentladungen und Schwankungsmessungen

Von WILHELM FUCKS

Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Aachen

(Z. Naturforsch. 5 a, 89–98 [1950]; eingegangen am 17. Juni 1949)

Es werden für Korona- und Townsend-Entladungen rechnerische und experimentelle Abhängigkeiten des Entladungsstromes sowie der Steilheit (Differentialquotient des Entladungsstromes nach einem Entladungsparameter) und der Empfindlichkeit (logarithmische Steilheit) von den Entladungsparametern gegeben. Die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Schwankungsempfindlichkeiten und die Verhältnisse bei gleichzeitigem Schwanken mehrerer Parameter werden diskutiert. Als Anwendungsbeispiele der Korona-Entladung für anemometrische Schwankungsmessungen und trägheits- und rückwirkungsfreie Schwingungsmessungen werden Aufnahmen von Turbulenz, Kármánschen Wirbelstraßen, Korrelationen und von der Schwingung einer Lautsprechermembran gegeben.

Unter Vorstromentladungen sind im folgenden alle Formen der Strömung elektrischer Ladungen in Gasen verstanden, die sich ausbilden können bei von Null ansteigender Spannung vor dem Umschlag der Strömung in eine Glimmentladung, oder, falls unter den gegebenen Bedingungen eine Glimmentladung nicht stabil ist, in eine Bogenentladung. Die wichtigsten Typen sind die Townsend- und die Korona-Entladung.

Die Stromstärken der Entladungen sind abhängig von den Daten der Spannungsquelle und denen der Schaltelemente des übrigen Stromkreises, d. h., soweit die Gasstrecke betroffen ist, von deren Geometrie, Elektrodenmaterial und -Temperatur sowie von Gasart, Gasdruck, Gastemperatur und gegebenenfalls von Relativbewegungen zwischen den Elektroden oder dem Gas und den Elektroden. Die Abhängigkeiten der elektrischen Strömung von den Gasentladungsparametern theoretisch herzuleiten, stellt eine wesentliche Aufgabe der Gasentladungsphysik dar. Von physikalischem Interesse ist in diesem Rahmen auch die Abhängigkeit des Entladungsstromes von Schwankungen der Entladungsparameter. Darüber hinaus ergeben sich in diesem Zusammenhang meßtechnisch neue Möglichkeiten zu trägheits- und rückwirkungs-

freien anemometrischen, thermometrischen und mechanischen Schwankungs- und Schwingungsmessungen¹.

Der Frequenzbereich der Parameterschwankungen, der hier betrachtet wird, soll beschränkt sein durch die Bedingung, daß die Ionenlaufzeiten klein sind im Vergleich zum reziproken Wert der höchsten zu messenden Frequenz (elektrisch quasistationäre Vorgänge). Damit können stationäre Druck- (bzw. Temperatur-, Strömungsgeschwindigkeits- usw.) Kennlinienscharen bei der Untersuchung von Schwankungen des Drucks (bzw. der Temperatur, der Gasgeschwindigkeit usw.) als Eichung verwendet werden.

Ist dP eine infinitesimale Schwankung eines Parameters um dessen Mittelwert P , und entspricht dP eine Stromänderung von J auf $J + dJ$, so interessieren die Steilheit $S_P = dJ/dP$ und eine logarithmische Steilheit, hier als Empfindlichkeit bezeichnet:

$$\eta_P = \frac{dJ}{J} \bigg/ \frac{dP}{P}.$$

Über die rechnerische und experimentelle Untersuchung dieser Größen für einen Teil der Entladungsparameter und deren Zusammenhang untereinander ist an stark vorionisierten Townsend-Entladungen und bei der positiven Kugelkorona nachstehend berichtet. Die meßtechnische Ausnützung der Vorentladungen zu anemometrischen Schwankungsmessungen und zu (akustischen) Schwingungsmessungen sind illustriert an Hand von oszillographischen Aufnahmen der Turbulenz einer Strömung, der Kármánschen Wirbelstraße hinter einem Zylinder, einer Korrelationsaufnahme sowie der Aufnahme einer Schwingung einer Lautsprechermembran.

¹ W. Fucks, Dtsch. Luftfahrtforsch., Untersuch. Mitt. 1202 (31) 2203 [1944]; ebenda 1203 (31) 2203 [1944]; ebenda 1205 (31) 2803 [1944]; ebenda 1230 (31) 0305 [1944]; ebenda 1299 (35) 0308 [1944]; ebenda 1431 (40) 1101 [1944]; FEPI 1943; DVL-Bericht 1943; W. Fucks u. F. Kettel, Dtsch. Luftfahrtforsch., Untersuch. Mitt. 1452 (35) 1801 [1945]; ebenda 1470 [1945]; W. Fucks u. G. Schumacher, ebenda 1189 (35) 1103 [1944].



1. Entladungsformen. Ionisierungen

Für die Berechnungen der (stark fremdionisierten) Townsend-Entladungen ist als einfachstes Modell eine stationäre Entladung im homogenen Feld ohne Raumladungsverzerrung und positive Ionisierung vorausgesetzt. Es sind dabei nur eine räumliche Koordinate (x) und zwei Ionisierungen zu berücksichtigen: Die Fremdionisierung und die Ionisierung im Gas durch Elektronenstoß.

Bei den Messungen wurden auch Anordnungen mit inhomogenen Feldern untersucht. Die Townsend-Entladungen wurden stark fremdionisiert, entweder durch UV-Bestrahlung der Kathode oder durch Röntgenbestrahlung des Gases oder mit Hilfe von radioaktiven Strahlen aktivierter Elektroden. Bei der Rechnung ist hier nur die erste Art der Fremdionisierung berücksichtigt. Ihre Stärke wird durch den Fremdstrom gekennzeichnet, der in gewissen Fällen als Sättigungswert des dunklen Vorstromes (Dichte $i_F = I_F/Q$; Q = Entladungsquerschnitt) direkt gemessen, in anderen Fällen indirekt ermittelt werden kann.

Dieser Fremdstrom ist vornehmlich von der Bestrahlung der Kathode, darüber hinaus von der Gasdichte bzw. von Druck und Temperatur des Gases und auch von der Elektrodentemperatur abhängig, außerdem vom Kathodenfeld. Über diese Abhängigkeiten, außer der erstgenannten, ist nicht viel bekannt. Denken wir uns die UV-Bestrahlung konstant, so können in erster Näherung die anderen Abhängigkeiten daneben in den hier interessierenden Parameterbereichen vernachlässigt werden.

Die Ionisierung im Gas durch Elektronenstoß soll in bekannter Weise durch die Funktion α ; die Zahl der je cm Elektronenweg in Feldrichtung von einem Elektron bewirkter Ionisierungsakte, gekennzeichnet werden. Die Elektronenionisierung kann bekanntlich angesetzt werden in Abhängigkeit von der Stoßzahl $1/\lambda$ (λ = mittlere freie Weglänge), der Ionisierungsarbeit A_j und der Weglängenspannung $E\lambda$ (E = Feldstärke), gemäß:

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} e^{-A_j/E\lambda} \quad \text{oder} \quad \alpha/p = A e^{-B/Ep} \quad (1)$$

(p = Druck; A und B Konstante, die für verschiedene Bereiche von E/p experimentell ermittelt sind). Gl. (1) gibt die sogleich benötigte Abhängigkeit von α von der Feldstärke und dem Druck.

Bezüglich der Abhängigkeit von α von der Tem-

peratur bei isobaren Temperaturschwankungen schreiben wir:

$$\alpha = \frac{c_1}{T} e^{-c_2/T}; \quad c_1 = \frac{273 p}{\lambda_0}; \quad c_2 = c_1 \frac{A_j}{E} \quad (2)$$

(λ_0 die mittlere freie Weglänge bei 1 Torr und 0°C).

Im stationären Fall ist die Summe der gegenläufigen Elektronen- und Ionenstromstärken in jedem Querschnitt $x = \text{const}$ gleich der Elektronenstromstärke an der Anode. Damit schreibt sich die Stromspannungskennlinie:

$$i = i_F e^{cL} \quad (3)$$

(i die Stromdichte). Es gilt:²

$$i = i_p + i_n; \quad i_p = \varepsilon n_p v_p; \quad v_p = b_p E; \quad (4)$$

$$b_p = \frac{\varepsilon}{m_p} \frac{\lambda_0 T}{273 p} \frac{1}{w(T)}; \quad i_n = \varepsilon n_n v_n; \quad v_n = b_n \sqrt{E};$$

$$b_n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{m_n}} \sqrt{\frac{\lambda_0 T}{273 p}} \sqrt{\frac{2z}{\sqrt{\pi}}};$$

mit $w = \sqrt{\frac{3kT}{m_p}}$ und den Bezeichnungen: i_p = Ionenstromdichte; i_n = Elektronenstromdichte; ε = elektrische Elementarladung; n_p = Ionendichte; n_n = Elektronendichte; v_p = Ionengeschwindigkeit; v_n = Elektronengeschwindigkeit; b_p = Ionenbeweglichkeit; b_n = Elektronenbeweglichkeit; m_p = Ionenmasse; k = Boltzmann-Konstante; T = absolute Temperatur; z = Bruchteil der beim Stoß übertragenen Energie.

Ist die durch das Feld verursachte Ionengeschwindigkeit groß im Vergleich zur thermischen Geschwindigkeit, so wirkt sich eine Temperaturänderung in unserer Näherung nur in einer Dichteänderung des Gases, also in λ aus, während die Änderung der mittleren Geschwindigkeit der Wärmebewegung vernachlässigt werden kann, und wir können die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der mittleren Temperatur \bar{T} zuordnen, so daß die Beweglichkeit proportional zur Temperatur wird. Messungen bestätigen in einem Temperaturgebiet von Zimmertemperatur bis zu 700°K eine Unabhängigkeit der Beweglichkeit von T bei konstanter Gasdichte, also eine Zunahme proportional T bei konstantem Druck.

² R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen, A. Barth, Leipzig 1934; A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen, Springer, Berlin 1932; M. Knoll, F. Ollendorf u. M. Rompe, Gasentladungstabellen, Springer, Berlin 1935; L. B. Loeb, Fundamental Processes of Electrical Discharge in Gases, John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1939.

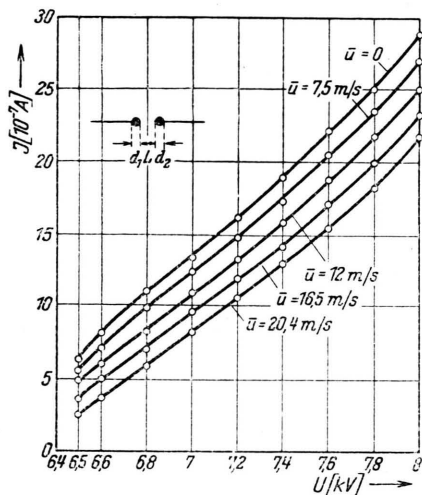


Abb. 1. Positive Kugelkorona bei durchströmter Entladungsstrecke. Stromspannungskennlinien für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten u des Gases. $L = 8$ mm; $d_1 = d_2 = 0,6$ mm; Vorschaltwiderstand $R_v = 5 \cdot 10^8 \Omega$.

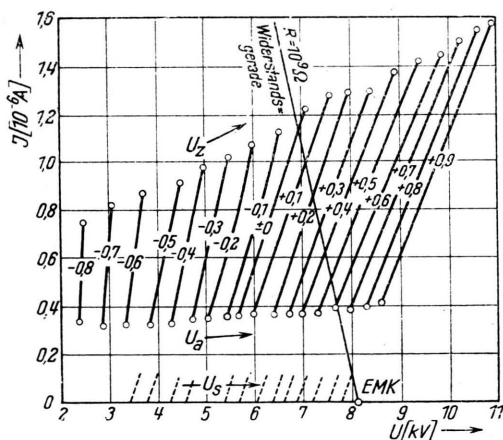


Abb. 2. Positive Kugelkorona. Stromspannungskennlinien für verschiedene Drücke. Parameter p , Druckdifferenz in $\pm 1/10$ Atm gegen Barometerstand b . U_a Anfangsspannung; U_e Zündspannung. $d_1 = d_2 = 0,4$ mm; $L = 10$ mm; $t = 13^\circ \text{C}$; $b = 763$ Torr. (Aus H. Oertel, Diplomarbeit Aachen, 1947.)

Da wir quasistationäre Verhältnisse voraussetzen, werden alle Schwankungsabhängigkeiten für jeden Entladungsquerschnitt und jeden Zeitpunkt durch die des Gesamtelektronenstroms an der Anode richtig wiedergegeben.

Eine dem obigen entsprechende, aus atomistischen Vorstellungen hergeleitete geschlossene Theorie für die Korona ist bisher nicht entwickelt worden³. Für

³ Für die physikalischen Vorgänge vgl. L. B. Loeb².

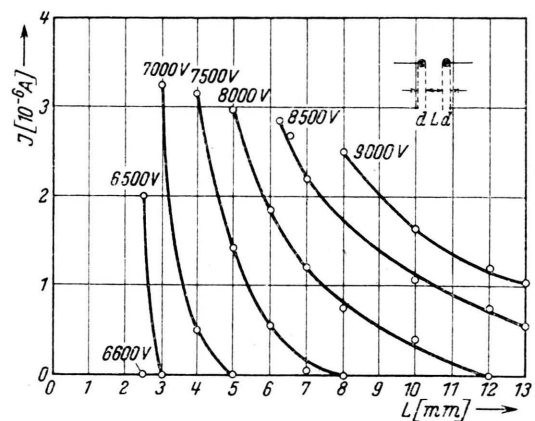


Abb. 3. Positive Kugelkorona. Stromabstandskennlinien für verschiedene Spannungen. $d = 0,6-0,7$ mm.

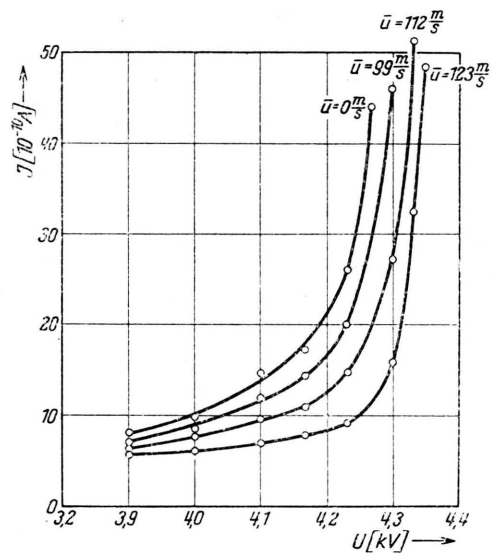


Abb. 4. Vorionisierte Townsend-Entladung zwischen positiver Spitze und negativer Platte bei durchströmter Entladungsstrecke. Stromspannungskennlinien für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten. Anode: Messingspitze; $L = 0,6$ cm; UV-Licht. Kathode: Ebene N-Platte 30 mm \varnothing .

die positive Kugelkorona wurden Kennlinien aufgenommen, aus denen die Abhängigkeiten des Stromes von der Strömungsgeschwindigkeit des Gases bei durchströmter Entladungsstrecke sowie vom Druck bzw. von der Gasdichte und schließlich vom Elektrodenabstand hervorgehen (Abb. 1, 2 und 3). Einige Kennlinien, die mit einer vorionisierten Townsend-Entladung zwischen positiver Spitze und negativer Platte in einem wesentlich größeren Geschwindigkeitsbereich erhalten wurden, zeigt Abb. 4.

2. Steilheiten und Schwankungs-empfindlichkeiten

Es seien, wie eingangs bemerkt, Steilheiten und Schwankungsempfindlichkeiten definiert, und zwar für isotherme Druckschwankungen, für isobare Temperaturschwankungen, für Spannungsschwankungen, für Elektrodenabstandsschwankungen und für Schwankungen der Relativgeschwindigkeit zwischen Gas und Elektroden, letztere bezogen auf eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit $u > 0$; $\left(S_u = \frac{di}{du}; \eta_u = \frac{di}{i} \left| \frac{du}{u} \right| \right)$ und bezogen auf die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $u = 0$; $\left(\eta_{u_0} = \frac{di}{du} \left| i \right| \right)$. Dabei ist hier zunächst die Strömungsgeschwindigkeit des Gases stets senkrecht zur Symmetrieebene bzw. Symmetrieachse der Elektrodenanordnung angenommen.

Aus unseren Ansätzen im vorigen Kapitel ergibt sich zunächst bezüglich der Spannung U

$$S_U = \frac{di}{dU} = \left(\frac{\partial i}{\partial U} \right)_n + \left(\frac{\partial i_F}{\partial U} \right) e^{\alpha L} + i_F \left(\frac{\partial (e^{\alpha L})}{\partial U} \right)_v. \quad (5)$$

(Index n heißt hier konstante Trägerdichte, Index v konstante Elektronengeschwindigkeit.)

Da sich die Rechnung auf Feldstärken beschränkt, die im Hinblick auf Feldbeeinflussung der Elektronenbefreiung an der Kathode als klein zu bezeichnen sind, soll der Einfluß des zweiten Terms außer Betracht gelassen werden. Mit den früher angeschriebenen Zusammenhängen ergibt sich dann:

$$S_U = \frac{i}{U} \left(B \frac{(\alpha L)}{E/p} + \frac{1}{2} \right). \quad (6)$$

Für trägheits- und rückwirkungsfreie Schwingungsmessungen ist die L -Steilheit von Interesse. Werden bei sonst gleichen Voraussetzungen wie bisher Druck, Temperatur und Spannung festgehalten, und wird der Elektrodenabstand vergrößert, so ändern sich die Feldstärke und der Laufweg der Trägerlawinen. Eine Veränderung der Feldstärke führt zu einer Veränderung der Elektronenionisierung und außerdem zu einer Veränderung der Geschwindigkeiten der Ladungsträger. Somit ergibt sich:

$$\frac{di}{dL} = \left(\frac{\partial i}{\partial L} \right)_n + i_F \left(\frac{\partial (e^{\alpha L})}{\partial L} \right)_v; \quad (7)$$

$$S_L = \frac{i}{L} \left[\alpha L \left(1 - \frac{B}{E/p} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (8)$$

Von dem Einfluß der Feldänderung auf die Zahl der bei unveränderter Bestrahlung an der Kathode freigesetzten Fremdelektronen ist auch hier abgesehen.

Erhöht sich der Druck der Entladungsstrecke isotherm, so beeinflusst die Dichteänderung zunächst die Zahl bei konstanter lichtelektrischer Beeinflussung an der Kathode freigemachten Elektronen. Auch dieser Einfluß soll hier unberücksichtigt bleiben. Im übrigen werden durch eine Druckänderung die Beweglichkeiten und die Elektronenionisierung beeinflusst. Damit ergibt sich

$$\frac{\partial i}{\partial p} = \left(\frac{\partial i}{\partial p} \right)_n + i_F \left(\frac{\partial (e^{\alpha L})}{\partial p} \right)_v; \quad (9)$$

$$S_p = \frac{i}{p} \left[\alpha L \left(1 - \frac{B}{E/p} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (10)$$

Bei einer isobaren Temperaturänderung ergibt sich allgemein:

$$\frac{di}{dT} = \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_n + i_F \left(\frac{\partial (e^{\alpha L})}{\partial T} \right)_v + e^{\alpha L} \left(\frac{\partial i_F}{\partial T} \right)_v. \quad (11)$$

Von der durch die isobare Temperaturänderung verursachten Dichteänderung hängen die Beweglichkeit der Ladungsträger und die Elektronenionisierung ab. Im Zusammenhang mit einer Änderung der Dichte und auch mit Änderungen der Elektroden-temperatur wird sich möglicherweise die bei gegebener Bestrahlung der Kathode pro cm^2 Elektrodenoberfläche und pro sec freigesetzte Elektronenzahl ändern. Dieser Einfluß soll hier außer Betracht bleiben. Dann ergibt sich:

$$S_T = \frac{i}{T} \left[\alpha L \left(\frac{c_2}{T} - 1 \right) + 1 \right]; \quad c_2 = \frac{273 A_j}{\lambda_0 E/p}. \quad (12)$$

Der erste Term kommt von der Abhängigkeit des Stromes von der Elektronenionisierung, der zweite von der Veränderung der Beweglichkeit unter dem Einfluß einer Temperaturänderung in erster Näherung. Diese Abhängigkeit bleibt bestehen, auch wenn man eine Spannung wählt, bei der die Elektronenionisierung vernachlässigbar ist, was einleuchtet.

Wird eine Townsend-Entladung nach unseren Voraussetzungen in eine laminare Gasströmung gebracht (Strömungsgeschwindigkeit senkrecht zur elektrischen Feldstärke), so wird der Ionenstrom an der Anode verändert und man erhält, wie an anderer Stelle mitgeteilt, für die Stromänderung ΔJ im Kathoden-zweig, bezogen auf die Stromstärke J_0 bei ruhendem Gas:

$$\frac{\Delta J}{J_0} = z \frac{L}{H} z(\alpha L) \left(1 - \frac{J_F}{J_0} \right), \quad (13)$$

mit den Bezeichnungen nach Gl. (4), jedoch hier $z = u/v_p$, bei 1 cm Elektrodenbreite, H Elektrodenhöhe sowie mit der Funktion von (αL) :

$$z(\alpha L) = \frac{\frac{2}{\alpha L} (e^{\alpha L} - 1) - (e^{\alpha L} + 1)}{e^{\alpha L} (\alpha L - 1) + 1}. \quad (14)$$

Damit ergibt sich eine anemometrische Empfindlichkeit bei Entwicklung in der Nähe der Geschwindigkeit Null:

$$\eta_{u_0} = \frac{1}{v_p} \frac{L}{H} z(\alpha L) \left(1 - \frac{J_F}{J_0}\right). \quad (15)$$

3. Zusammenhänge zwischen verschiedenen Schwankungsempfindlichkeiten

Für meßtechnische Zwecke stellen die Steilheiten, ähnlich wie bei den Elektronenröhren, zweckmäßige Kennzeichnungen der Eigenschaften der Entladungen dar. Für eine Untersuchung der Zusammenhänge zwischen der Empfindlichkeit der Entladungen gegen Änderungen verschiedener Parameter geht man besser auf die Schwankungsempfindlichkeiten über. Diese Größen sind so definiert, daß in gewissen Fällen, die uns hier interessieren, der durch die Mittelwerte der jeweils schwankenden Größen gekennzeichnete Betriebszustand herausfällt. Es ergeben sich aus den vorher ausgerechneten Steilheiten folgende Schwankungsempfindlichkeiten (logarithmische Steilheiten):

$$\eta_U = B \frac{\alpha L}{E/p} + \frac{1}{2}; \quad (16)$$

$$\eta_L = \alpha L \left(1 - \frac{B}{E/p}\right); \quad (17)$$

$$\eta_p = \alpha L \left(1 - \frac{B}{E/p}\right) - \frac{1}{2}; \quad (18)$$

$$\eta_T = \alpha L \left(\frac{c_2}{T} - 1\right) + 1; \quad c_2 = \frac{273 A_i}{\lambda_0 E/p}; \quad (19)$$

$$\eta_{u_0} = \frac{1}{v_p} \frac{L}{H} z(\alpha L) \left(1 - \frac{J_F}{J_0}\right), \quad (20)$$

deren Beziehungen kurz besprochen seien. Zu einer Spannungserhöhung dU gehört bei sonst konstanten Parametern eine Feldstärkeerhöhung $dE = dU/L$, die die Trägererzeugung wie auch die Trägergeschwindigkeit heraufsetzt. In Gl. (16) drückt sich die Erhöhung der Trägererzeugung durch $\alpha L \frac{B}{E/p}$, aus, während die Zahl 1/2 der Erhöhung der Trägergeschwindigkeit in erster Näherung Rechnung trägt.

Dieselbe Feldstärkeerhöhung kann auch bei konstanter Spannung U dadurch hervorgerufen werden, daß L entsprechend verkleinert wird. Der Einfluß auf die Trägergeschwindigkeit bleibt dann derselbe; der Term 1/2 ist also auch bei η_L zu erwarten. Bei der Trägererzeugung hat die durch Verkleinern von L hervorgerufene Feldstärkeerhöhung neben der Änderung der Elektronenionisationszahl α eine Verkleinerung des Laufweges der Elektronenlawinen zur Folge. Die beiden Wirkungen haben entgegengesetztes Vorzeichen. Aus den Gln. (16) und (17) ergibt sich

$$\eta_L = \eta_U - \alpha L; \quad L S_L = U S_U - i(\alpha L). \quad (21)$$

Bei η_L ergibt sich, wenn $\frac{B}{E/p} = 1$ wird, ein Nulldurchgang, der für Luft von Atmosphärendruck bei etwa $L = 10^{-3}$ cm liegt. η_U bleibt immer positiv und geht mit kleiner werdendem L gegen Null, da E/p schneller zunimmt als αL .

Änderungen von Druck und Temperatur wirken sich auf die Entladung aus durch die Änderung der Gasdichte. Auf den Strom hat eine Änderung der Gasdichte Einfluß infolge der Änderung der freien Weglänge und somit der Elektronenionisationszahl α , wenn wir von der Änderung der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen bei Temperaturänderungen absehen.

Da unter Voraussetzungen der Zustandsgleichung für ideale Gase bei einer isothermen Druckänderung $dp/p = dq/q$ (q die Gasdichte) ist, kann also ein η_q definiert werden, das gleich η_p ist.

Für eine isobare Temperaturänderung gilt unter gleichen Voraussetzungen $dq/q = -dT/T$. Es muß somit die Temperaturempfindlichkeit bis auf das Vorzeichen gleich der Druck- bzw. Dichteempfindlichkeit sein.

Nach den Gln. (17) und (18) stimmen η_L und η_p formal überein bis auf den Term, der die Geschwindigkeitsänderung der Träger berücksichtigt. Er kommt bei η_L , η_U und η_p zu 1/2, bei η_T zu 1 heraus. Dieser Unterschied rührt daher, daß bei der Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeit vom Feld und vom Druck die Wurzel eingeht, während bei der Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit die erste Potenz eingeht. Für die numerische Auswertung sind die Terme 1/2 oder 1 neben den anderen in einem weiten Bereich für Spannungen, die nicht zu weit unterhalb der Zündspannung liegen, zu vernachlässigen. Es ist also angenähert auch

$$\eta_q \approx \eta_p \approx \eta_T. \quad (22)$$

Daß Druckänderung und Elektrodenabstandsänderungen sich in gleicher Weise auswirken, ist nach den Ähnlichkeitsgesetzen zu erwarten. Mit unseren Voraussetzungen schreibt sich die Stromstärke:

$$i = i_F \exp \frac{pL}{\lambda_0} \exp \frac{-A_i p L}{U \lambda_0}. \quad (23)$$

Ähnliche Entladungsstrecken führen also, wie definiert, denselben Strom. Für η_p und η_L ergibt sich derselbe Ausdruck.

Eine Vergrößerung des Elektrodenabstandes führt wegen $(L + dL)/\lambda > L/\lambda$ auf eine Erhöhung des Stromes ($dJ' > 0$) und außerdem wegen der Verringerung des Feldes ($dE < 0$) zu einer Herabsetzung der am Ende eines Freifluges zur Ionisierung zur Verfügung stehenden Energie und damit zu einer Stromerniedrigung ($dJ'' < 0$). dJ' und dJ'' setzen sich zu dJ zusammen.

Einer Vergrößerung des Druckes ($dp > 0$) entspricht erstens eine Verkürzung der freien Weglänge und also eine Vergrößerung der Zahl der freien Weglängen $L/(\lambda - d\lambda) < L/\lambda$ und damit $dJ' > 0$. Die Verkürzung der freien Weglänge bedeutet ebenfalls eine Verminderung der zur Ionisierung zur Verfügung stehenden Energie am Ende eines Freifluges, also ebenfalls $dJ'' < 0$. In den Gleichungen für η_L und η_p drücken sich diese entgegengesetzten Wirkungen in den beiden Termen mit entgegengesetzten Vorzeichen aus.

4. Zahlenmäßige Bestimmungen von Steilheiten und Schwankungsempfindlichkeiten

Nach den vorherigen Abschnitten bestehen angenähert die Beziehungen:

$$\eta_p = \eta_L = -\eta_T.$$

Zahlenmäßige Berechnungen von $-\eta_p$ und η_U zeigt Abb. 5. Dabei gilt (U_Z = Zündspannung):

$$U = \xi U_Z; \quad 0 < \xi < 1; \quad U_Z = \frac{B p L}{\text{const} + \ln p L}. \quad (24)$$

Mit den Mittelwerten der Größen, deren Schwankung jeweils interessiert, und dem zugehörigen Mittelwert des Stromes ergeben sich die Steilheiten:

$$S_p = \eta_p J/p; \quad S_L = \eta_L J/L; \quad S_U = \eta_U J/U.$$

Die Steilheit S gemäß Abb. 2 zeigt Abb. 6. Sie gibt außer für die Messung von Druckschwankungen

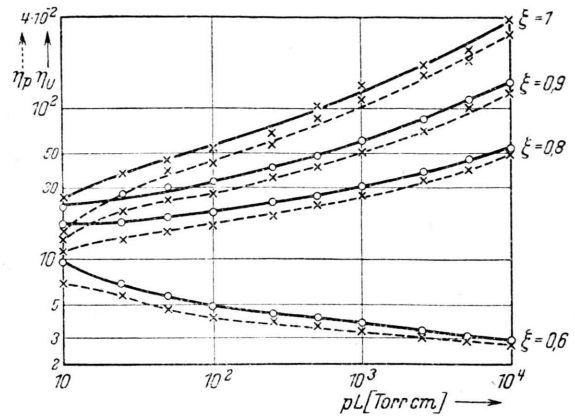


Abb. 5. Druckempfindlichkeit η_p und Spannungsempfindlichkeit η_U als Funktionen von pL ; η_U ausgezogen, η_p gestrichelt.

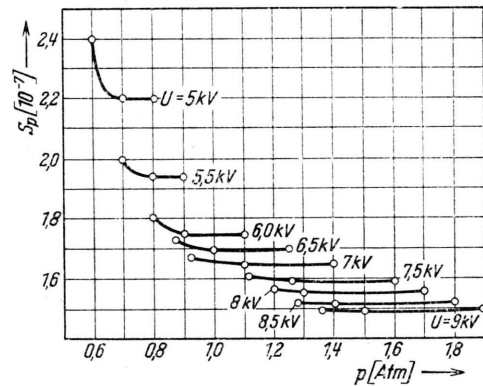


Abb. 6. Positive Kugelkorona. Drucksteilheit S_p als Funktion vom Druck p für verschiedene Spannungen. $d = 0,4$ mm; $L = 10$ mm.

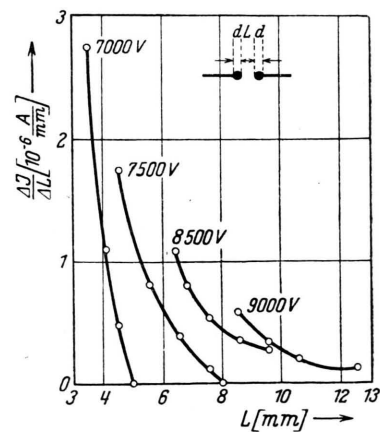


Abb. 7. Positive Kugelkorona mit Kugel als Kathode. Abstandssteilheit S_L als Funktion von L bei verschiedenen Spannungen. $d = 0,6$ mm.

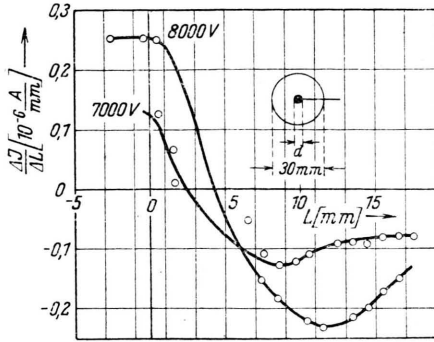


Abb. 8. Positive Kugelkorona mit Ring als Kathode. Abstandssteilheit S_L als Funktion von L bei verschiedenen Spannungen. Anode: Kugel $d = 0,6$ mm.

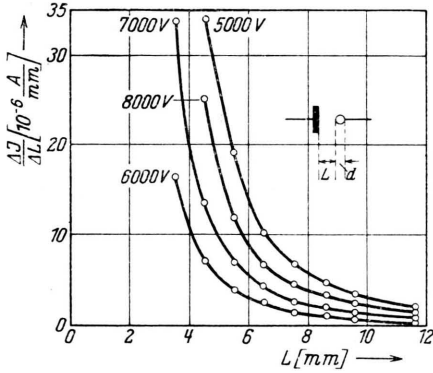


Abb. 9. Positive Kugelkorona mit ebener Platte als Kathode. Abstandssteilheit S_L als Funktion von L bei verschiedenen Spannungen. Anode: Kugel $d = 0,6$ mm; Kathode: Platte 30 mm \varnothing .

in vielen Fällen auch für die Messung von Temperaturschwankungen quantitative Unterlagen.

Für mechanische Schwingungsmessungen wurden Steilheiten experimentell bestimmt für positive Kugelkorona mit Kugel, Ring und ebener Platte als Kathode (vgl. Abb. 7, 8 und 9). η -Kurven für den bei akustischen Untersuchungen besonders wichtigen Fall mit ebener Kathode (Verwendung von flächigen Schallquellen selbst als Kathoden der Entladung) sind in Abb. 10 gezeichnet. Zur Bestimmung der berechneten anemometrischen Schwankungsempfindlichkeit der Entladung wird die Funktion $\chi(\alpha L)$ benötigt. Sie ist aus Abb. 11 zu entnehmen. Die anemometrische Schwankungsempfindlichkeit wird in der Form $\eta_u = \frac{dJ}{J} \frac{du}{u}$ und bei Schwankungen um den Mittelwert $u = 0$ in der Form $\eta_{u_0} = \frac{\Delta J}{J} \frac{1}{u}$ benötigt. η_{u_0} ist nach Gl. (20) in Abb. 12 für Luft von 1 at aufgetragen.

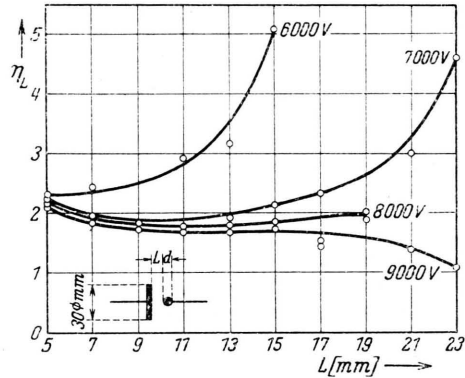


Abb. 10. Positive Kugelkorona mit ebener Platte als Kathode. Abstandsempfindlichkeit η_L als Funktion von L bei verschiedenen Spannungen. Anode: Kugel $d = 0,6$ mm; Kathode: Platte.

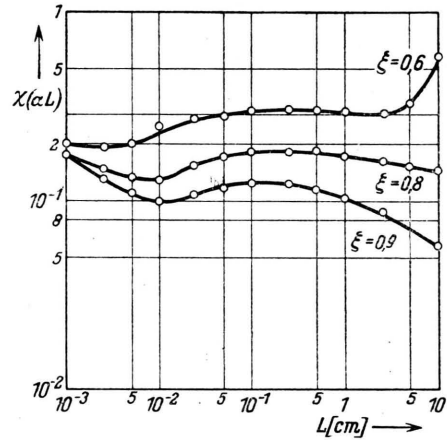


Abb. 11. $\chi(\alpha L)$ als Funktion von L für Luft von Atmosphärendruck.

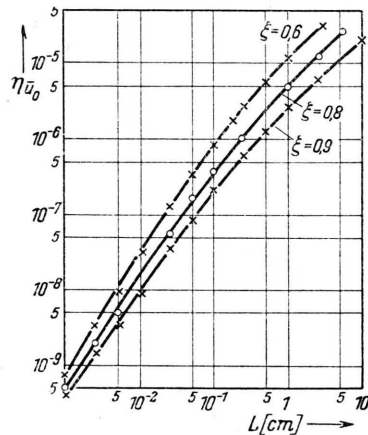


Abb. 12. Anemometrische Schwankungsempfindlichkeit bei Schwankungen um den Mittelwert $u = 0$: η_{u_0} als Funktion vom Abstand L für Luft von Atmosphärendruck und 1 cm^2 Elektrodenfläche.

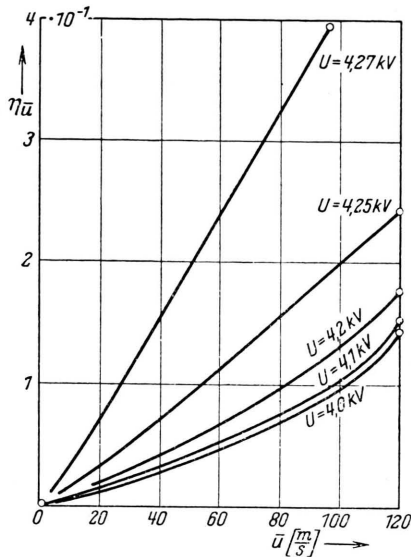


Abb. 13. Townsend-Entladung zwischen Spitze (Anode) und Platte (Kathode). Anemometrische Schwankungsempfindlichkeit η_u als Funktion von der Blasgeschwindigkeit u für verschiedene Spannungen.

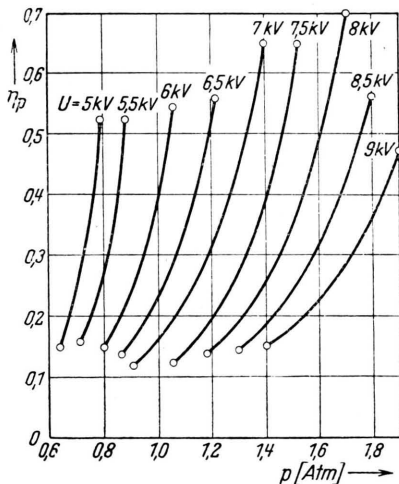


Abb. 14. Positive Zweikugelkorona (Kathode geerdet). Druckempfindlichkeit η_p als Funktion vom Druck p für verschiedene Spannungen. $d = 0,4$ mm; $L = 10$ mm.

Für die Townsend-Entladung zwischen Spitze (Anode) und Platte (Kathode) ergibt sich η_u gemäß Abb. 13; für eine positive Zweikugelkorona (Kathode geerdet) ist η_u in Abb. 14 dargestellt.

5. Gleichzeitige Schwankungen mehrerer Parameter

Bisher wurde jeweils nur die Änderung eines einzigen Parameters in Betracht gezogen. Die Steilheiten

bzw. die Schwankungsempfindlichkeiten für die anderen Parameter gaben dann an, wie genau diese konstant gehalten werden müssen, wenn für den interessierenden Parameter eine bestimmte Meßgenauigkeit vorgeschrieben ist. Bisweilen ist eine gleichzeitige Schwankung mehrerer Parameter der Problemstellung nach unvermeidlich. Als ein Beispiel hierfür soll die Messung der Turbulenz besprochen werden.

In einer Gasströmung schreiben sich die zeitabhängigen rechtwinkligen Geschwindigkeitskomponenten u, v, w mit den Mittelwerten der Geschwindigkeitskomponenten $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ und den Abweichungen von den Mittelwerten u', v', w' in der Turbulenz

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w'. \quad (25)$$

Es gilt:

$$\bar{u} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u \, dt; \quad \bar{u}' = 0; \quad (26)$$

$$u'_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{u'^2}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u'^2 \, dt}; \quad (27)$$

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u'v' \, dt$$

mit hinreichend groß gewählter Zeit τ .

Den Geschwindigkeitsschwankungen entsprechen Druckschwankungen, für deren Stärke der Drucktensor

$$p_{xx} = -\rho \overline{u'^2}; \quad p_{xy} = -\rho \overline{u'v'}; \quad \text{usw.} \quad (28)$$

ein Maß abgibt. Den Druckschwankungen entsprechen Temperaturschwankungen. Man muß fragen, mit welchem Anteil Schwankungsaufnahmen, die mit einer durchströmten Vorentladung erhalten werden, die Einflüsse von Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsschwankungen wiedergeben. Aus dem Vergleich der thermometrischen, manometrischen und anemometrischen Empfindlichkeiten und Steilheiten ergeben sich Bedingungen, bei denen bei Geschwindigkeitsmessungen die Einflüsse von Druck und Temperatur stark herabgemindert sind. Trotzdem muß man damit rechnen, daß die Entladungen unter Bedingungen, die meßtechnisch interessieren, für Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsschwankungen größenordnungsmäßig vergleichbare Empfindlichkeiten aufweisen. Dies ist jedoch nicht gleichbedeutend damit,

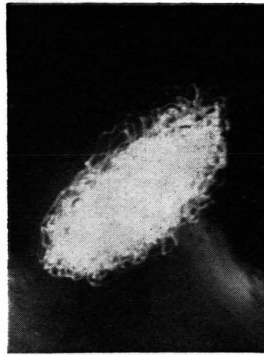


Abb. 18. Korrelationsellipse einer turbulenten Strömung.

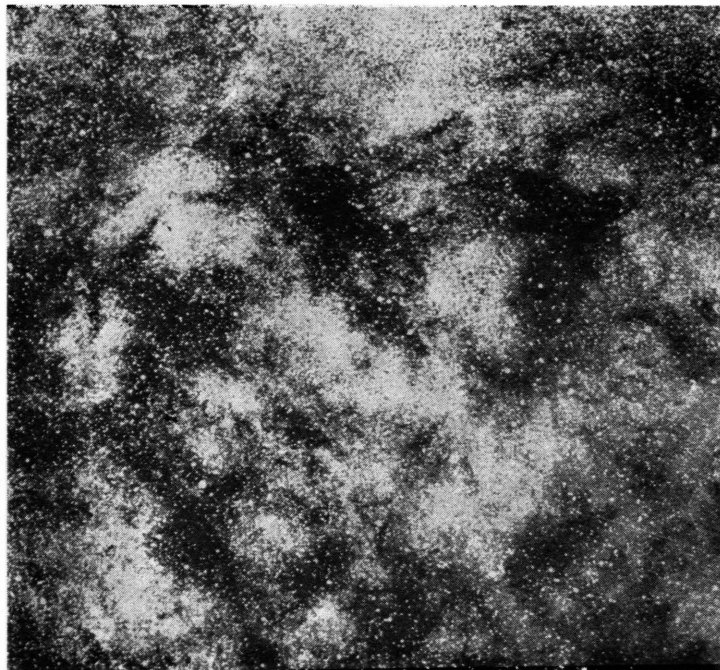


Abb. 1. Fein verästelte Dunkelwolken in den Sternbildern Serpens und Ophiuchus.

daß für Schwankungsaufzeichnungen von Strömungsgeschwindigkeiten der Druck- und der Temperatureinfluß in entsprechendem Ausmaß mitbestimmend werden müssen. Für den Zusammenhang zwischen Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen können wir schreiben:

$$\left| \frac{p'}{p} \right| = \frac{\rho}{p} \frac{u^2}{u^2} \left(\frac{u'^2}{u^2} \right). \quad (29)$$

Hierbei ergibt sich, daß beispielsweise bei Luft von Atmosphärendruck und bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit des Gases von 20 m/sec zu einem Turbulenzgrad von 5% eine relative Druckschwankung gehört, die etwa 2000-mal kleiner ist als die angenommene Geschwindigkeitsschwankung. Selbst wenn also die Druckempfindlichkeit des Gerätes eine Größenordnung über der anemometrischen Schwankungsempfindlichkeit läge, könnte in den Schwankungsaufnahmen immer noch die Druckschwankung neben der Geschwindigkeitsschwankung als vernachlässigbar angesehen werden.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bezüglich der Temperaturschwankungen. Es interessiert, wie groß die Temperaturschwankung ist, die mit einer gegebenen Druckschwankung zusammenhängt. Nimmt man für eine Abschätzung die ideale Gasgleichung und adiabatischen Zusammenhang der Zustandsvariablen an, so ergibt sich

$$\frac{dT}{T} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{dp}{p}; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (30)$$

(c_p spezif. Wärme bei konst. Druck, c_v spezif. Wärme bei konst. Volumen). Es wirken sich also auch die Temperaturschwankungen in der Turbulenz in den Schwankungsaufzeichnungen unseres Beispiels praktisch nicht aus.

Anders ist es, wenn etwa Druck- oder Temperaturschwankungen gemessen werden sollen. In diesem Falle muß der Einfluß etwa gleichzeitiger Relativbewegungen zwischen dem Gas und den Elektroden ausgeschaltet werden, um den Druck- und den Temperaturverlauf zu erhalten. Aus den früheren Abschnitten geben die Steilheiten die Bedingungen an, unter denen die anemometrische Empfindlichkeit der Entladung klein wird. Unter Umständen muß man mit mehreren Entladungen gleichzeitig messen, wenn nicht theoretische Zusammenhänge zwischen Druck und Temperatur, z. B. der adiabatische oder beispielsweise zwischen Schalldruck und Schallschnelle, als gültig angenommen werden können.

6. Schwankungsmessungen

a) Mechanische (akustische) Schwingungen. Eine meßtechnische Anwendung der Entladung zur Schwingungsmessung zeigt Abb. 15. Es wurde ein kleines Stück einer Lautsprechermembran als Kathode der Entladung benutzt, der eine kugelförmige Anode von 0,6 mm \varnothing in 4,5 mm Abstand gegenüberstand. Die Steilheit bestimmte sich unter den gegebenen Bedingungen zu $18,5 \cdot 10^{-6}$ A/mm. Die Aufnahme zeigt außer dem Störpegel und einer Vergleichsfrequenz von 125 Hz die Schwingungen der Membran beim Vokal „o“.

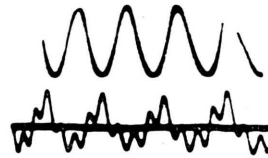


Abb. 15. Bewegungen eines Teiles einer Lautsprechermembran beim Vokal „O“. Vergleichsfrequenz von 125 Hz; Störpegel.

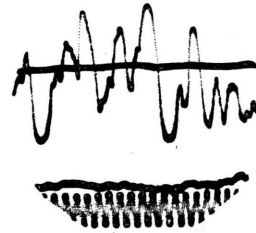


Abb. 16. Aufnahme der Turbulenz hinter einem Maschengitter. Nulllinie, Störpegel, Zeiteichung (800 Hz).

b) Turbulenz. Eine Turbulenzaufnahme, die mit Hilfe der positiven Kugelkorona gemacht wurde, zeigt Abb. 16. Das Turbulenzdiagramm gibt die Abweichung der Strömungsgeschwindigkeit in Strahlrichtung vom linearen Geschwindigkeitsmittelwert in Abhängigkeit von der Zeit. Außer der Aufzeichnung dieser Größe ist eine Null-Linie zu sehen, ferner der Störpegel der elektrischen Entladung und eine Zeiteichung (800 Hz). Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Gases war 9,8 m/sec, der quadratische Mittelwert der Turbulenz wurde zu 1,21 m/sec bestimmt, Turbulenzgrad also 12,3%.

c) Kármánsche Wirbelstraße. Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Stromschwankung einer positiven Kugelkorona und einer periodischen Geschwindigkeitsschwankung des strömenden Gases wurde mit Hilfe von Kármánschen Wirbelstraßen studiert. Abb. 17 zeigt eine Aufnahme von

einer Kármánschen Wirbelstraße hinter einem Kreiszylinder [Null-Linie, Störpegel und Zeiteichnung (600 Hz) wie in Abb. 16]. Für die Kármán-Frequenz ν gilt $\nu = \zeta \bar{u}/d$ (ζ ein dimensionsloser Faktor, der von der Reynoldsschen Zahl in weiten Bereichen nur schwach abhängig ist, d der Zylinderdurchmesser,

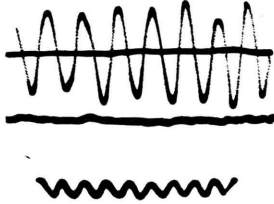


Abb. 17. Kármánsche Wirbelstraße hinter einem Kreiszylinder. Nulllinie, Störpegel, Zeiteichnung (600 Hz).

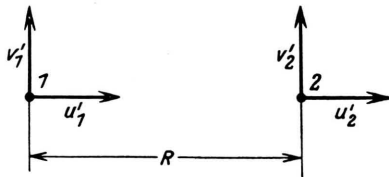


Abb. 19. Turbulente Strömung.

\bar{u} = Strömungsgeschwindigkeitsmittelwert). Bei der Aufnahme von Abb. 17 war die Geschwindigkeit $\bar{u} = 8,4$ m/sec, der Zylinderdurchmesser war $d = 0,4$ cm. Für ζ ergibt sich 0,185.

d) Korrelationen. Abb. 18* zeigt die Aufnahme der Korrelationsellipse einer turbulenten Strömung nach Abb. 19. Mißt man an der Stelle 1 eine Geschwindigkeitsschwankung u'_1 in Strömungsrichtung,

* s. Tafel S. 96 a.

entsprechend u'_2 an der Stelle 2 im Abstände R von 1 und entsprechende Schwankungen v'_1 und v'_2 senkrecht zur Strömungsrichtung, so interessieren in der statistischen Turbulenztheorie⁴ die beiden Korrelationen:

$$K_1(R) = \frac{\overline{u'_1 u'_2}}{\sqrt{\overline{u'^2_1} \overline{u'^2_2}}}; \quad K_2(R) = \frac{\overline{v'_1 v'_2}}{\sqrt{\overline{v'^2_1} \overline{v'^2_2}}}. \quad (31)$$

Bringt man zwei der hier beschriebenen Entladungssonden in 1 bzw. 2 an, so mißt man K_1 bzw. K_2 ohne weiteres mittels eines elektrodynamometrischen Strommessers, dessen eine Spule von den zur Stelle 1, die andere Spule den zur Stelle 2 gehörigen Strömen (ohne deren Gleichstromanteile) durchflossen werden.

Recht anschaulich verfolgt man die Korrelationen, wenn man die zu 1 bzw. 2 gehörigen Spannungsschwankungen auf die beiden senkrecht zueinander stehenden Plattenpaare eines Kathodenoszillographen gibt (Abb. 18). Es gilt dann unter gewissen Bedingungen⁵ für die Korrelationsellipse mit den Halbachsen a bzw. b :

$$K = \frac{1 - (b/a)^2}{1 + (b/a)^2}, \quad (32)$$

d. h. für $R = 0$, wenn wir also für K den Wert 1 erwarten [s. Gl. (31)], wird $b/a = 0$: die Ellipse entartet in eine Gerade. Für $R = \infty$, wenn wir nach Gl. (31) für K den Wert Null erwarten, wird $a = b$: die Ellipse entartet in einen Kreis.

⁴ Th. v. Kármán, J. aeronaut. Sci. 4, 131 [1937]; G. I. Taylor, ebenda 4, 311 [1937]; L. Prandtl, Führer durch die Strömungslehre, S. 120, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1942.

⁵ Vgl. H. Reichardt, Naturwiss. 26, 404 [1938].